BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang dilakukan pada Bab IV maka dapat diperoleh kesimpulan bahwa berdasarkan persamaan differensial dinamik untuk kasus penuruan barang diperoleh Persamaan yaitu:

$$\dot{I} = P(t) - (a + bt) + v(t)I(t) \qquad t \in [t_1, t_2]$$

Dengan diminimumkan fungsi tujuan persediaan barang yang mengalami penurunan sebagai berikut:

$$J = \frac{1}{2}\int_0^t \left\{h\left[I(t) - \hat{I}\right]^2 + K\left[P(t) - \hat{P}\right]^2\right\} dt$$

Kemudian, Persamaan Hamilton didefinisikan sebagai berikut:

$$H = \frac{1}{2}\left[h(I - \hat{I})^2 + K(P - \hat{P})^2\right] + \lambda g$$

Dengan $g = P - (a + bt) + vI$ dan Persamaan Lagrange didefinisikan sebagai berikut:

$$L = \frac{1}{2}\left[h\left(I - \hat{I}\right)^2 + K(P - \hat{P})^2\right] + (\lambda - \mu)g, \ \ t \in [t_1, t_2]$$

Selanjutnya,diasumsikan$\alpha_1(t) = -\frac{h}{K}\hat{I} + v\left(\hat{P} - (a + bt)\right) - b$ sehingga Solusi dari Persamaan $\ddot{I} - \left(\frac{h}{K} + \dot{v} + v^2\right)I = \alpha_1(t)$ akan diamati dua kasus dalam bentuk solusi eksplisit. Dua kasus yang akan di selesaikan dalam bentuk solusi eksplisit adalah sebagai berikut:

a. Ketika fungsi v dalam bentuk konstanta maka akan di peroleh solusi sebagai berikut:

$$I(t) = c_1 e^{rt} + c_2 e^{-rt} + Q(t)$$

$$Q(t) = \frac{h\hat{I} - Kv\left(\hat{P} - (a + bt)\right) - b}{h + Kv^2}$$

$$P = \hat{P} - \left(c_1(v - r)e^{rt} + c_2(v + r)e^{-rt} - \dot{Q}(t) - (a + bt) + \hat{P} + vQ(t)\right)$$

Dengan c_{11} dan c_{12} sebagai berikut:

$$c_1 = \frac{(v+r)e^{-rt_2}\left(M - Q(t_1)\right) - e^{-rt_1}\left(\dot{Q}(t_2) - \hat{P} + (a+bt) - vQ(t_2)\right)}{(e^{rt_1})\left((v+r)e^{-rt_2}\right) - (e^{-rt_1})\left((v-r)e^{-rt_2}\right)}$$

Dan

$$c_2 = \frac{-(v-r)e^{rt_2}\left(M - Q(t_1)\right) + e^{rt_1}\left(\dot{Q}(t_2) - \hat{P} + (a+bt) - vQ(t_2)\right)}{(e^{rt_1})\left((v+r)e^{-rt_2}\right) - (e^{-rt_1})\left((v-r)e^{-rt_2}\right)}$$

b. Jika fungsi $\frac{h}{K} + \dot{v} + v^2$ dalam bentuk konstanta, maka akan diperoleh solusi berikut:

$$I(t) = c_1 e^{k_1 t} + c_2 e^{-k_1 t} + Q(t)$$

$$P = \hat{P} - \left(\left((v-k_1)\left[(c_1 + V_1(t))\right]e^{l_1 t} + (v+k_1)\left[(c_2 + V_2(t))\right]e^{-l_1 t}\right) + \hat{P} - (a+bt) + \frac{h\hat{I}}{Kk_1^2}\right)$$

$$Q(t) = V_1 e^{k_1 t} + V_2 e^{-k_1 t} + \frac{h\hat{I}}{Kk_1{}^2}$$

dengan c_{11} dan c_{12} sebagai berikut:

$$c_1 = \frac{(v-k_1)e^{-k_1t_2}\left(M - \left(V_1(t_1)e^{k_1t_1} + V_2(t_2)e^{-k_1t_1} + \frac{h\hat{I}}{Kk_1^2}\right)\right) + \left(e^{-k_1t_1}\left(-V_1(t_2)e^{k_1t_2} - V_2(t_2)e^{-k_1t_2} - \hat{P} + (a+bt) - \frac{h\hat{I}}{Kk_1^2}\right)\right)}{\left(e^{k_1t_1}\right)\left((v-k_1)e^{-k_1t_2}\right) - \left(e^{-k_1t_1}\right)\left((v-k_1)e^{k_1t_2}\right)}$$

dan

$$c_2 = \frac{-(v-k_1)e^{k_1t_2}\left(M - \left(V_1(t_1)e^{k_1t_1} + V_2(t_2)e^{-k_1t_1} + \frac{h\hat{I}}{Kk_1^2}\right)\right) + \left(e^{k_1t_1}\left(v_1(t_2)e^{k_1t_2} + v_2(t_2)e^{-k_1t_2} - \hat{P} - (a+bt) + \frac{h\hat{I}}{Kk_1^2}\right)\right)}{\left(e^{k_1t_1}\right)\left((v-k_1)e^{-k_1t_2}\right) - \left(e^{-k_1t_1}\right)\left((v-k_1)e^{k_1t_2}\right)}$$

Kemudian, dianalisa kestabilan maka untuk $t \in [t_1, t_2]$ pada Persamaan $I(t) = c_1 e^{rt} + c_2 e^{-rt} + Q(t)$ akan mencapai kestabilan apabila untuk $t \to t_2$ maka persamaan tingkat persediaan yang optimal $(I(t))$ menuju ke satu nilai (tingkat persediaan maksimal (M)).

5.2 Saran

Tugas akhir ini memaparkan tentang persamaan differensial sistem dinamik untuk kasus persediaan dengan penurunan barang dengan menggunakan teknik kendali optimal. Penulis terinspirasi oleh Loft Tadj (2008) dan Vinod

Kumar Mishra (2013) dengan mengganti Fungsi Permintaan $D(t)$ yang ada pada Loft Tadj dengan yang ada pada Vinod Kumar Mishra yang berbentuk linier. Penulis menyarankan dengan mengganti fungsi permintaan bentuk linier menjadi fungsi permintaan bentuk Nonlinier.

Demikian saran-saran yang disampaikan penulis, semoga pembaca dapat mengembangkan lebih lanjut tentang persamaan diferensial sistem dinamik untuk kasus persediaan dengan penurunan barang dalam waktu berhingga.